

最難関中コース
算数 標準
問題

7. 整数 ⑥-B

中受ゼミ G

1

整数 N を 2 以上の整数 a で余りを出さずに何回割れるかを考えます. N を a で余りを出さずに最大 m 回割ることができたとき, $[N, a] = m$ で表すことにします. 例えば, $[14, 2]$, $[108, 3]$, $[27, 4]$ の値は次のように求めることができます.

$$[14, 2] = 1 \quad \cdots 14 \div 2 = 7, 7 \div 2 = 3 \text{ 余り } 1$$

となるので, 14 は 2 で 1 回余りを出さずに割ることができます.

$$[108, 3] = 3 \quad \cdots 108 \div 3 = 36, 36 \div 3 = 12, 12 \div 3 = 4, 4 \div 3 = 1 \text{ 余り } 1$$

となるので, 108 は 3 で 3 回余りを出さずに割ることができます.

$$[27, 4] = 0 \quad \cdots 27 \div 4 = 6 \text{ 余り } 3$$

となるので, 27 は 4 で余りを出さずに割ることができません.

このとき, 次の各問いに答えなさい.

(1) 次の値を求めなさい.

① $[250, 5]$

② $[1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10, 6]$

(2) $[1800, a] = 2$ となるような整数 a をすべて求めなさい.

(3) $[n, 2] = [n, 3] = 4$ となるような 4 けたの整数 n をすべて求めなさい.

→ 784

2

- (1) $a > b > c$ である、3けたの3つの整数 a と b と c があります。 a と b と c の最大公約数は 35, a と b の最大公約数は 245, a と b の最小公倍数は 1470, b と c の最小公倍数は 1470 です。 c はいくつですか。
- (2) 末尾が 0 でない「ある整数」の異なる約数は全部で 16 個あり、そのうちの 4 個のみが奇数です。 4 個の奇数の約数のうち 2 個は 1 桁の素数 (約数が 1 か自身のみの 2 以上の整数) であるとき、ある整数は です。

→ 760

3

(1) 4けたの整数 $2\square\square5$ で13の倍数となるものは $\square$ 個あります。

(2) 4けたの整数で13の倍数となるもののうち最も小さいものは $\square$ です。

また、6けたの整数 $2\square01\square5$ で13の倍数となるものは $\square$ 個あります。

→ 759

4

スイッチのついたランプが 300 個あり、それぞれに 1 から 300 の番号がついています。スイッチを押すたびにランプの色が青から赤、赤から青へと交互に変わります。

ます。

すべてのランプの色を青にしたあと、次の操作を行います。

- 2 の倍数の番号がついているランプのスイッチを押す。
- 3 の倍数の番号がついているランプのスイッチを押す。
- 4 の倍数の番号がついているランプのスイッチを押す。
- ⋮
- 300 の倍数の番号がついているランプのスイッチを押す。

以上 299 回の操作を行いました。次の問いに答えなさい。

- (1) 20 番のランプの色は何色ですか。
- (2) 1 番から 10 番のランプの中で青色であるものは何個ありますか。
- (3) 1 番から 300 番のランプの中で青色であるものは何個ありますか。

→ 766

5

同じ整数を2回かけてできる数を平方数といいます。次の $r(\square)$ は①、②の規則にしたがうこととします。

① $\square$ が平方数のとき

$$r(1)=r(1\times 1)=1, \quad r(9)=r(3\times 3)=3, \quad r(100)=r(10\times 10)=10$$

のように計算します。

② $\square$ が平方数でないときは計算できません。

例えば、 $r(3)$ は計算できません。

このとき、次の各問いに答えなさい。

(1) $r(576)$ を計算しなさい。

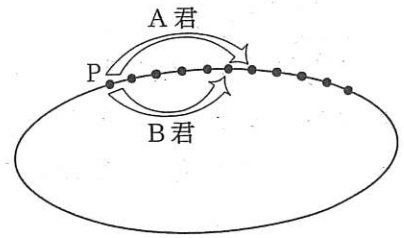
(2) $r(2376 \div A)$ が①のように計算ができるように A を定めます。このとき A に入る整数をすべて求めなさい。

(3) $r(60 \times B) \times C = 120$ となるように整数 B, C を定めます。このとき B, C に入る整数の組をすべて求めなさい。

→ 833

6

右の図のように、一周 100m のトラック上に、P 地点から 1m おきに 1 個ずつ合計 100 個の石が並べてあります。この石を拾いながら、A 君と B 君がトラックを回り続けます。A 君は P 地点から出発し、歩き始めてから 6m おきに立ち止まり、石があればそれを拾います。



また、B 君は A 君の後を追って、P 地点から出発し、歩き始めてから 5m おきに立ち止まり、石があれば拾います。ただし、2 人が立ち止まった所の石が、すでに拾われてなくなっているときは、何もせず先へ進みます。

このとき、最後まで 2 人に拾われず、トラック上に残る石の個数は何個ですか。

→ 858

7

右の図1のようなアからケの9個のマスがあります。

このアからケのマスの中に、約数が全部で9個ある整数の約数を小さい順に入れます。たとえば、36の場合は図2のようになります。このとき、次の□にあてはまる数を答えなさい。

(1) アとケとオに書かれている数字の和が241となる整数は□です。

(2) ウとケとキに書かれている数字の積が38416となる整数は□です。

→ 819

<図1>

ア	イ	ウ
ク	ケ	エ
キ	カ	オ

<図2>

ア 1	イ 2	ウ 3
ク 18	ケ 36	エ 4
キ 12	カ 9	オ 6

7. 整数問題
⑥－B

氏名

／100

60分

1	(1) ①		②		(2)	
	(3)					

4 × 各5点

2	(1)		(2)	

2 × 各6点

3	(1)		個	(2)	一番小さい13の倍数		個

3 × 各6点

4	(1)		(2)		個	(3)		個

3 × 各5点

5	(1)		(2)	
	(3)	(B, C) =		

3 × 各5点

6		個

10点

7	(1)		(2)	

2 × 各5点

7. 整数問題
⑥-B

氏名

／100

60分

1	(1)	①	3	②	4	(2)	3, 5, 6, 10, 15, 30
	(3)	1296, 6480, 9072					

4 × 各5点

2	(1)	105,210	(2)	168
---	-----	---------	-----	-----

2 × 各6点

3	(1)	8	個	(2)	一番小さい13の倍数 1001	7	個
---	-----	---	---	-----	--------------------	---	---

3 × 各6点

4	(1)	赤	(2)	3	個	(3)	17	個
---	-----	---	-----	---	---	-----	----	---

3 × 各5点

5	(1)	24	(2)	2376、594、264、66
	(3)	(B, C) = (240, 1)(60, 2)(15, 4)		

3 × 各5点

6	40	個
---	----	---

10点

7	(1)	225	(2)	196
---	-----	-----	-----	-----

2 × 各5点