

最難関中コース

算数 標準

# 問題

7. 整数 ⑦-C

中受ゼミ G

1

10 から 99 までの数字が 1 つずつ書かれた 90 枚のカードと、3 つの豆電球 A, B, C があります。太郎君は、カードを 1 枚引いて、次のルールにしたがってそれぞれの豆電球の点灯と消灯を切りかえます。

- ① カードの数字が 2 の倍数のとき、豆電球 A を切りかえます。
- ② カードの数字が 3 の倍数のとき、豆電球 B を切りかえます。
- ③ カードの数字の十の位の数が一の位の数より大きいとき、豆電球 C を切りかえます。

たとえば、A, B, C の豆電球がすべて消灯しているとき、12 の数字のカードを引いたら、豆電球 A と B は点灯し、C は消灯したままです。そのあとに、21 の数字のカードを引いたら、豆電球 A は点灯したままで、B は消灯し、C は点灯します。このとき、次の各問いに答えなさい。ただし、引いたカードは元にもどすものとします。

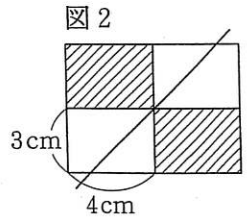
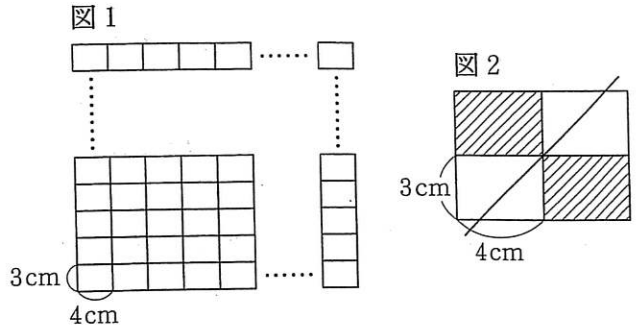
- (1) 最初に、A, B, C の豆電球がすべて消灯しているとき、40 の数字のカードを引きました。点灯している豆電球をすべて答えなさい。
- (2) (1)のあと、1 枚のカードを引いたら、3 つとも点灯しました。考えられるカードは何枚ありますか。
- (3) (2)のあと、1 枚のカードを引いたら、1 つだけ点灯したままでした。考えられるカードは何枚ありますか。

→ 791

2

たて 3cm, 横 4cm の長方形のカードを図 1 のようにすきまなく重ならないように何枚か並べて正方形を作ります。次の問いに答えなさい。

- (1) 最も小さい正方形を作る場合, 使うカードの枚数を求めなさい。
- (2) 1 辺の長さが 100cm に最も近い正方形を作るとします。



- ① このとき使うカードの枚数を求めなさい。
- ② この正方形に対角線を 1 本引きます。この対角線は全部で何本の長方形の辺を通るか求めなさい。ただし, 図 2 のような場合, しゃ線部分の長方形の辺に対角線は通っていないとし, 数えないことにします。

→ 820

3

1 辺の長さが 1cm の立方体をすきまなく並べたり重ねたりして、体積が  $200\text{cm}^3$  の直方体を 1 個作ります。このとき、次の各問いに答えなさい。

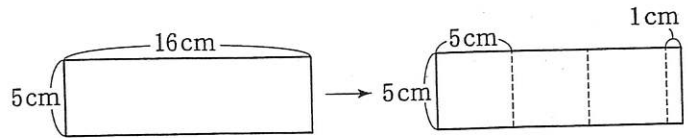
- (1) 作ることができる直方体の中で、正方形の面をもつ直方体は全部で何種類ありますか。
- (2) 作ることができる直方体は全部で何種類ありますか。
- (3) 作ることができる直方体の中で、たて、横、高さの長さの和がもっとも小さい直方体の表面積は何  $\text{cm}^2$  ですか。

→ 756

4

長方形の紙があります。短い辺を1辺とする正方形をもとの長方形から、切り取れる枚数だけ切り取ります。

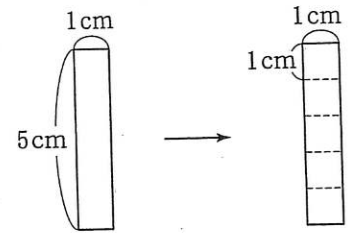
この作業を1回とします。そして長方形が残れば同じ作業をくり返し、残らなければそこで終わります。



【図1】

例えば、【図1】のようにたて5cm、横16cmの長方形であれば、1辺が5cmの正方形を3枚切り取ることができます。

残りは【図2】のように、たて5cm、横1cmの長方形になるので、1辺が1cmの正方形を5枚切り取ることができます。



【図2】

すると長方形が残らないので、2回の作業で終わり、切り取った中で最も小さい正方形の1辺の長さは1cmです。また、合わせて8枚の正方形ができます。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) たて456cm、横540cmの長方形の場合、切り取った中で最も小さい正方形の1辺の長さは何cmですか。また、何回の作業で終わりますか。
- (2) たてよりも横が長い長方形で、1回目の作業で1辺が33cmの正方形を8枚、2回目の作業で1辺が12cmの正方形を2枚切り取りました。もとの長方形の横の長さは何cmですか。また、終わるまで作業を行うと合わせて何枚の正方形ができますか。

→ 787

5

たての長さと横の長さが異なる長方形があります。この長方形に対して、次の操作を行います。

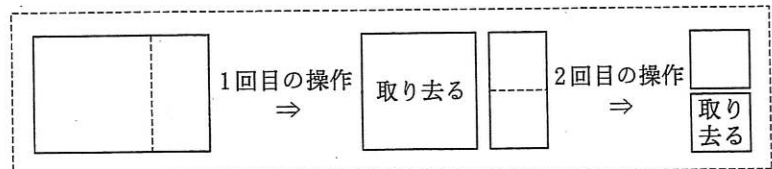
(操作)

長方形を辺に平行な線にそって切り、2つの図形に分ける。

ただし、2つに分けた図形のうち、一方は正方形になるように切り、その正方形は取り去る。

この操作を行った後、残った図形が正方形でなければ、残った長方形に対して同じ操作を行います。これ以降、残った図形が正方形になるまでこの操作を繰り返します。

例えば、最初の長方形のたての長さが2cm、横の長さが3cmの場合、図のように2回の操作後、残った図形は正方形になります。



- (1) 最初の長方形のたての長さが2cm、横の長さが10cmの場合、何回の操作後、残った図形は正方形になりますか。
- (2) 3回の操作後、1辺の長さが1cmの正方形が残りました。このとき、最初の長方形の面積は4通り考えられます。その4通りの中で、最大のものは何 $\text{cm}^2$ ですか。
- (3) 面積が $60\text{cm}^2$ の長方形に対して、何回か操作を行うと、1辺の長さが1cmの正方形が残りました。このような長方形の中で、操作の回数が最も少ない長方形のたてと横の長さは、それぞれ何cmですか。ただし、たての長さよりも横の長さの方が長いものとします。

→ 789

6

1 が 10 個集まったら 10, 10 が 10 個集まったら 100, 100 が 10 個集まったら 1000, というように私たちは数のけたを 10 個単位で増やして考えています。このとき、使う数字は 0 から 9 までの 10 種類です。

おとぎの国の D ランドの生き物は私たち人間とは異なり、数のけたを 8 個単位で考えています。使う数字は 0 から 7 までの 8 種類で、1 が 8 個集まったら 10, 10 が 8 個集まったら 100, 100 が 8 個集まったら 1000, のように表すので、1 から順に数えると 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 20, …, 76, 77, 100, 101, …となります。

私たちの数と、D ランドの数を区別するために、D ランドの数は [1] のように [ ] の中に入れて表すことにします。

(1) (あ) 私たちの数で 20 は D ランドではどのように表されますか。

(い) D ランドの [33] と表される数は、私たちの数では何ですか。

D ランドでは、足し算は  $[2] + [3] = [5]$ ,  $[3] + [6] = [11]$  のようになり、かけ算は  $[2] \times [3] = [6]$ ,  $[3] \times [3] = [11]$  のようになります。

(2) D ランドでの右の足し算とかけ算の表を埋めなさい。

$[1] + [1]$	$[2] + [2]$	$[3] + [3]$	$[4] + [4]$	$[5] + [5]$	$[6] + [6]$	$[7] + [7]$
[2]	[4]	[6]	[10]			
$[1] \times [1]$	$[2] \times [2]$	$[3] \times [3]$	$[4] \times [4]$	$[5] \times [5]$	$[6] \times [6]$	$[7] \times [7]$
[1]	[4]	[11]				

(3) D ランドでの右の計算をなさい。(う)  $[342] - [75]$  (え)  $[137] \div [5]$

(4) 右の D ランドの覆面算を解きなさい。ただし同じ文字には同じ数が入ります。

(お)      [あんこ] + [あんこ] ----- [ここあ]	(か)      [AB] × [AB] ----- [CBAA]
---	--

→ 798