

最難関中コース

算数 標準

問題

7. 整数 ⑥-C

中受ゼミ G

1

4以上の素数を除く^{のぞ}整数についてだけ、次のように考えます。その整数を素数だけの積の形で表したとき、「何種類の素数が出てくるか」と「何個の素数の積であるか」に注目し、その二つの和を整数の得点とします。例えば12の得点は $2 \times 2 \times 3$ となるので、「2種類の素数が出てくる」と「3個の素数の積である」から $2+3$ で5点となります。

次の問いに答えなさい。

- (1) 180の得点は何点ですか。
- (2) 得点がちょうど3点になる整数を小さいほうから3つ求めなさい。
- (3) 得点がちょうど6点になる50以下の整数をすべて求めなさい。
- (4) 1000以下の整数のうち、得点が最も大きくなるものの得点は何点かを求めなさい。
また、その最も大きい得点になる1000以下の整数をすべて求めなさい。

→ 809

2

同じ大きさの正方形の紙を重ねないようにすきまなくしきつめて、たて 63cm、横 105cm の長方形を作ります。次の問いに答えなさい。

- (1) 正方形がたてに 6 枚ならんでいるとき、横には何枚ならんでいますか。
- (2) しきつめる正方形は 500 枚以下とします。正方形の数がもっとも多くなるのは、1 辺の長さが何 cm のときですか。
- (3) 1 辺の長さが 7cm の正方形の紙をしきつめ、できあがった長方形の対角線を 1 本ひきます。その対角線が通る正方形は何枚ありますか。ただし、線が頂点だけを通る正方形は数えないものとします。

→ 820

3

条件を入力すると、1から100までの整数のうちで条件に当てはまらない整数の個数を答えてくれるマシンがあります。

例えば条件「10以上」と入力すると「9個」と答え、条件「10の倍数」と入力すると「90個」と答えます。次の問いに答えなさい。

- (1) 条件「2の倍数か、3の倍数か、5の倍数」を入力するとマシンは何個と答えるでしょうか。
- (2) 条件「4で割り切れないか、または 」と入力したらマシンは「8個」と答え、条件「4で割り切れずに、さらに 」と入力したらマシンは「33個」と答えました。 には同じ文が入ります。 にあてはまる文を答えなさい。

→ 792

4

ある分数を、最も多くて何回約分することができるかを考えます。例えば、 $\frac{2}{4}$ は2で1回約分することができ、 $\frac{4}{8}$ は2で2回約分することができます。これらを次のように表すことにします。 $\langle \frac{2}{4} \rangle = 1$, $\langle \frac{4}{8} \rangle = 2$

仮分数の場合でも同様に考えます。 $\frac{18}{12}$ は2と3でそれぞれ1回ずつ約分できるので、 $\langle \frac{18}{12} \rangle = 2$ です。また、 $\frac{24}{12}$ は2で2回、3で1回約分できるので、 $\langle \frac{24}{12} \rangle = 3$ です。約分することができない場合には、0回とします。例えば、 $\langle \frac{1}{3} \rangle = 0$ です。このとき、

(1) Aを1から100までの整数とするとき、 $\langle \frac{A}{100} \rangle = 3$ となるAをすべて答えなさい。

(2) $\langle \frac{1}{60} \rangle + \langle \frac{2}{60} \rangle + \langle \frac{3}{60} \rangle + \dots + \langle \frac{59}{60} \rangle + \langle \frac{60}{60} \rangle$ はいくつになりますか。

(3) Aを1から100までの整数、Bを101から200までの整数とするとき、 $\langle \frac{A}{B} \rangle$ が最も大きくなるような $\langle \frac{A}{B} \rangle$ の値を求めなさい。また、このとき考えられるAとBの組をすべて求め、(A, B)のように答えなさい。

→ 825

5

分母と分子がともに整数である真分数（分子が分母より小さい分数）に対し、次のような操作を考えます。

その数の逆数が、

- ア 帯分数で表せるとき、その帯分数の整数部分を消して、真分数にする。
- イ 整数のとき、0にする。

上の操作を1回とかぞえ、操作の結果できた数に対して、この操作を0になるまでくり返し行います。

たとえば、最初の数が $\frac{3}{10}$ のときは、右のように、操作を2回行くと0になります。次の問いに答えなさい。

$$\text{最初の数 } \frac{3}{10}$$

$$\text{1回目の操作の結果 } \frac{1}{3}$$

$$\text{2回目の操作の結果 } 0$$

(1) 最初の数が $\frac{7}{27}$ のとき、操作を何回行くと0になりますか。

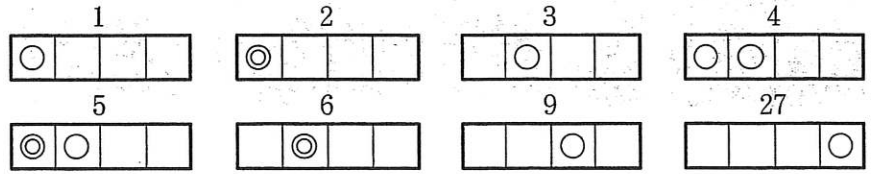
(2) 7個の数 $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}$ のうち、0になるまでの操作の回数が最も多いものはどれですか。

(3) ある真分数に操作をくり返し行ったところ、0になるまでに6回かかりました。最初の数として考えられるもののうち、分母が最も小さいものを答えなさい。

→ 809

6

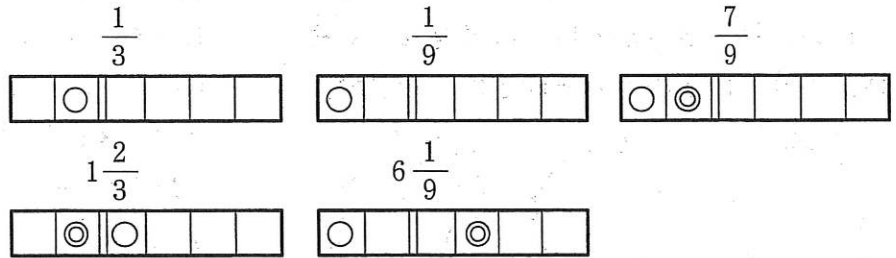
2種類の記号○, ◎と4つの正方形を横に並べた長方形を使って, 整数を右の図のように表します.



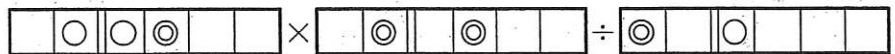
- (1) この2種類の記号と長方形を使って表すことのできる一番大きな数はいくらか.
- (2) この2種類の記号と長方形を使って次の整数を表しなさい.
 ① 23 ② 64
- (3) 右の計算をしなさい.



- (4) さらに, 上の長方形の左側に || と2つの正方形を付け加えて, 分数を右の図のように表します.



右の計算をしなさい.



→ 797