

最難関中コース

算数 標準

問題

7. 整数 ⑤-C

中受ゼミ G

1

2つの数 a , b またはこれら2つの数をいくつかたした形で1以上の整数を表すことを考えます. たとえば, a が3, b が4のとき,

$$3=3, 4=4, 6=3+3, 7=3+4, 8=4+4, 9=3+3+3, 10=3+3+4, \dots$$

と表すことができますが, 3つの整数1, 2, 5を表すことができません.

このとき, 次の問いに答えなさい.

- (1) a が3, b が5のとき, 表すことができない整数のうち, 最も大きい整数はいくつですか.
- (2) a が5, b が31のとき, 表すことができない整数のうち, 5で割ると1余る最も大きい整数はいくつですか.
- (3) a が5, b が31のとき, 表すことができない整数のうち, 最も大きい整数はいくつですか.

→ 780

2

2以上の整数 n について、 n の約数のうち、 n 以外の約数の和を $\langle n \rangle$ と表すことにします。たとえば、18 の約数のうち、18 以外の約数は 1, 2, 3, 6, 9 だから $\langle 18 \rangle = 1 + 2 + 3 + 6 + 9 = 21$ となります。次の問いに答えなさい。

(1) $\langle 220 \rangle$, $\langle 284 \rangle$ はそれぞれいくらですか。

(2) 10 から 20 までの整数のうち、ある整数 a は $\langle a \rangle = 1$ となります。このような a をすべて答えなさい。

(3) 2 から 30 までの整数のうち、ある整数 b は $\langle b \rangle = b$ となります。このような b をすべて答えなさい。

→ 808

3

ある建物にはとてもたくさんの部屋があります。順に部屋番号をつけるとき、どの位の数でも、4と9は使わないこととしました。

例：1番目の部屋は001 2番目の部屋は002 3番目の部屋は003 4番目の部屋は005
5番目の部屋は006 6番目の部屋は007 7番目の部屋は008 8番目の部屋は010

- (1) 14番目の部屋番号はいくつですか。
- (2) 部屋番号068の部屋は何番目の部屋ですか。
- (3) 最後の部屋番号とひとつ前の部屋番号を足したら、308になりました。部屋は全部で何部屋ありますか。

→ 798

4

①, ②, ④, ⑥のカードが3枚ずつ合計15枚ある。この15枚のカードをよく混ぜて、A君、B君、C君、D君の4人に3枚ずつ配り、その3枚のカードを並べて3けたの整数をつくってもらうことにした。すると、次の4つのことがわかった。

- ① A君がつくることのできる整数は1通りである。
- ② B君がつくることのできる整数は2通りである。
- ③ C君がつくることのできる整数は4通りである。
- ④ D君がつくることのできる整数は6通りである。

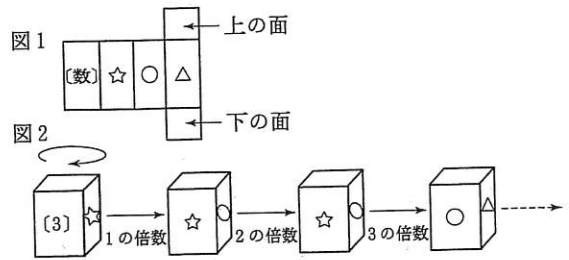
このとき、次の問いに答えよ。

- (1) B君に配られた3枚のカードの中に⑥がふくまれているとき、B君がつくることのできる整数を2通りとも答えよ。
- (2) B君とC君がつくった整数がいずれも3の倍数であるとき、A君がつくった整数として考えられるものをすべて求めよ。
- (3) A君とB君がつくった整数がいずれも4の倍数であり、C君がつくった整数が15の倍数であるとき、B君がつくった整数は何か。

→ 761

5

展開図が図1である直方体が80個あり、〔数〕には1から80までの数が1つずつ書いてあります。最初はすべて〔数〕の面を正面に置き、まず1の倍数が書いてある直方体をすべて図2の矢印の向きに 90° 回転させます。次に2の倍数が書いてある直方体を同様に回転させます。この作業を3の倍数、4の倍数、 \dots 、とくり返します。図2は、〔3〕が書いてある直方体の場合の様子です。次の問いに答えなさい。

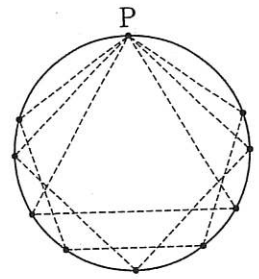


- (1) 5の倍数の作業を終えたとき、〔10〕が書いてある直方体の正面には何が書いてありますか。
- (2) 80の倍数の作業を終えたとき、〔80〕が書いてある直方体の正面には何が書いてありますか。
- (3) 80の倍数の作業を終えたとき、正面が☆になっている直方体の数字をすべて答えなさい。

→ 816

6

図のように、円周上に点Pがあります。Pを1つの頂点とする正三角形の残りの頂点を円周上にとります。さらに、Pを1つの頂点とする正方形の残りの頂点を円周上にとります。同じようにして、正五角形、正六角形、…の頂点を円周上にとっていきます。ただし、重なった点は1つの点とみなします。次の問いに答えなさい。



(1) 正六角形の頂点までとったとき、円周上の点は、Pを含めて全部で何個ありますか。

(2) 正十五角形の頂点までとり終えました。次に正十六角形の頂点をとるとき、新たに増える点は何個ありますか。

(3) 正七十一角形の頂点までとり終えました。次に正七十二角形の頂点をとるとき、新たに増える点は何個ありますか。

→ 860

7

次の問いに答えなさい。

(1) 右のように4桁^{けた}の数が並んでいます。これらの数の一の位は、1から1ずつ増えていく数1, 2, 3, 4, …の一の位の数です。

十の位は、1から2ずつ増えていく数1, 3, 5, 7, …の一の位の数です。

百の位は、1から3ずつ増えていく数1, 4, 7, 10, …の一の位の数です。

千の位は、1から4ずつ増えていく数1, 5, 9, 13, …の一の位の数です。

(ア) 100番目の数を答えなさい。

(イ) 1番目から100番目までの数のうち、6の倍数は何個ありますか。

(2) 右のように6桁の数が並んでいます。これらの数の一の位から千の位までは(1)と同じで、

万の位は、1から5ずつ増えていく数1, 6, 11, 16, …の一の位の数です。

十万の位は、1から6ずつ増えていく数1, 7, 13, 19, …の一の位の数です。

(ア) 1番目から2014番目までの数の各桁に、数字「1」は全部で何個ありますか。

(イ) 1番目から2014番目までの数のうち、8の倍数は何個ありますか。

1番目の数	1111
2番目の数	5432
3番目の数	9753
4番目の数	3074
⋮	⋮

1番目の数	111111
2番目の数	765432
3番目の数	319753
4番目の数	963074
⋮	⋮

→ 786