

最難関中コース  
算数 標準

# 問題

7. 整数 ③-C

中受ゼミ G

1

右の図1, 2, 3では, 点Aは円周上にあります. 図1は, 点Aから円周を4等分した点をかき加えたものです. このとき, 点は全部で4個です. 図2は, 図1に点Aから円周を6等分した点をかき加えたものです. このとき, 点は全部で8個です.

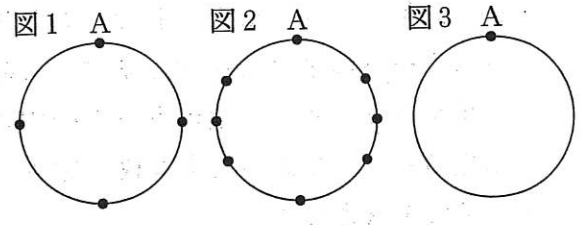


図3に, 点Aから円周を12等分と18等分した点をかき加えたとき, 点は全部で何個ですか.

→ 860

2

1から6までの整数が書いてある6枚のカードがあります。これらのカードは両面に同じ数字が書いてあり、一方の面は白色で他方の面は赤色です。また、1から6までの目があるサイコロが1個あります。すべてのカードを白色の面を上にして、そして、次のことをくり返します。

サイコロを投げ、出た目の数の約数が書いてあるカードをうらがえす

何回かくり返したあと、赤色の面が上になっているカードに書いてある数の和をPとします。たとえば、サイコロを2回投げ、6と2の目が出たとき、Pは3+6で9となります。

- (1) サイコロを5回投げ、3, 3, 2, 6, 3の目が出たとき、Pはいくつですか。
- (2) サイコロを3回投げ、Pが8となるとき、出た目の数を小さい順に書くと、2通りあります。これらを書きなさい。
- (3) サイコロを20回投げ、Pが10となるときを考えます。
  - ① 6の目が最も多く出る場合、1から6の目はそれぞれ何回出ますか。1回も出ない目は0を書きなさい。
  - ② 6の目が2番目に多く出る場合、1から6の目はそれぞれ何回出ますか。1回も出ない目は0を書きなさい。

→ 817

3

次のように、数が書かれた10枚のカードがあります。

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

この10枚のカードから2枚を選んで取ります。そして、2枚のカードに書かれた数の積を求め、その一の位の数が書かれたカードも、残った8枚の中から取って、3枚1組を作ることを考えます。例えば、2と6を取ると、その積は12で、すでに2が取られているので3枚1組を作ることができませんが、3と8を選んで取ると、その積は24なので、さらに4も取り、(3 8 4)という3枚1組を作ることができます。このように、10枚のカードから3枚1組を作り、残ったカードでも同じように3枚1組を作っていく、3枚1組が3組作れるようなカードの選び方を考えます。このとき、カードは1枚残ります。

- (1) 積を作るための2枚のカードの中の1枚に、ある数が書かれていると、他の1枚がどんな数のカードであっても3枚1組を作ることができません。そのような数は2つあります。それを答えなさい。
- (2) 3枚1組を3組作ったところ、偶数のカードが1枚残りました。このとき作った3組の中には、ある3枚1組が必ず含まれています。その3枚1組を答えなさい。ただし、積を作る2つの数は小さい順に書きなさい。

→ 8 1 3

4

一方の面が白，もう一方の面が赤のカード100枚の両面にそれぞれ1から100までの数字が書かれています。ただし，どのカードもその両面には同じ数字が書かれているとします。すべてのカードの白の面を上に向けて並べてから，次の[1]～[100]の作業を順に行います。

- [1] 1の倍数の数字が書かれたカードをすべて裏返す。
  - [2] 2の倍数の数字が書かれたカードをすべて裏返す。
  - [3] 3の倍数の数字が書かれたカードをすべて裏返す。
  - ⋮
  - [98] 98の倍数の数字が書かれたカードをすべて裏返す。
  - [99] 99の倍数の数字が書かれたカードをすべて裏返す。
  - [100] 100の倍数の数字が書かれたカードをすべて裏返す。
- (1) 3回裏返されたカードに書かれている数字をすべて答えなさい。
- (2) 赤の面が上を向いているカードは全部で何枚ありますか。
- (3) 4回裏返されたカードに書かれている数字のうち，小さいほうから4番目の数字を答えなさい。

→ 766

5

ある店で、お菓子<sup>かし</sup>を5個入りのセットと7個入りのセットで販売していて、1個ずつのバラ売りはしていません。これらを組み合わせて、過不足なくちょうど個数を買うことにします。どちらかのセットを一方だけ買うこともできます。次の問いに答えなさい。

- (1) ちょうど32個を買うのに、5個入りと7個入りをそれぞれ何セット買えばよいですか。  
 (2) ちょうど100個を買うのに、5個入りと7個入りのセットの組み合わせ方をどのようにすればよいですか。考えられる3通りをすべて答えなさい。

- (3) 買う個数が35個以上のとき、5個入りと7個入りのセットの組み合わせ方は、少なくとも1通りありますが、たとえば、11個を買いたいときは、5個入りと7個入りのセットをどのように組み合わせても買うことはできません。買うことのできない個数のうち、最も多いのは何個ですか。必要があれば、右の表を利用して答えなさい。

1	6	11	16	21	26	31
2	7	12	17	22	27	32
3	8	13	18	23	28	33
4	9	14	19	24	29	34
5	10	15	20	25	30	35

→ 779

6

同じ大きさの正方形のます目が<sup>えが</sup>描かれた  
 長方形の4つの頂点を、左上から反時計  
 回りに順に(ア)(イ)(ウ)(エ)とする。点Pは(イ)  
 の頂点から出発し、ます目の対角線<sup>たて</sup>の方向に直進し  
 て、長方形の一辺に突き当たると反射して直角に曲  
 がる。このように点Pが次々と反射しながら進んでいき、長方形の頂点に当たると止まる。  
 出発してから止まるまでに長方形の内側で点Pの通ったあとが交差する位置に○印を付け  
 る。図1は縦に2個、横に3個のます目が描かれた長方形の場合で、点Pは出発してから3  
 回反射して(ア)の頂点で止まり、○印は1つ付く。

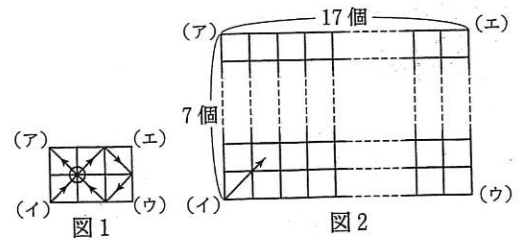


図2のように、縦に7個、横に17個のます目が描かれている場合について調べたところ、  
 すべてのます目を一度ずつ横切ることが分かった。この場合について答えなさい。

- (1) 止まる位置は(ア)~(エ)のどの頂点ですか。
- (2) 出発してから止まるまでに何回反射しますか。
- (3) ○印はいくつ付きますか。

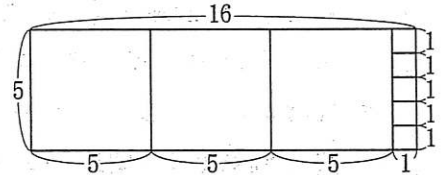
→ 823

7

たての長さ<sup>たが</sup>と横の長さはともに1cmの整数倍で、互いに1以外の公約数をもたないという関係がある長方形を考えます。次の作業で、長方形からはみ出ないように1辺の長さが1cmの整数倍である正方形のタイルをしきつめます。

- 作業：① できるだけ大きな正方形を長方形の左からすきまなくしきつめます。  
 ② 余った部分に、できるだけ大きな正方形を下からすきまなくしきつめます。  
 ③ 余った部分があれば、その長方形について作業①、②をくり返し、全体にタイルをしきつめ終わるまで続けます。

(例) たての長さが5cm、横の長さが16cmのとき、右の図のようにしきつめることができ、使ったタイルは2種類で8枚です。



このとき、次の問いに答えなさい。ただし、たての長さは横の長さより短いものとします。

- (1) たての長さが7cm、横の長さが52cmのとき、使うタイルは全部で何枚ですか。  
 (2) 横の長さが12cmのとき、たての長さは4通り考えられます。これら4つの長方形にタイルのしきつめ作業を行います。使うタイルは全部で何枚ですか。  
 (3) 横の長さが15cmのとき、たての長さは8通り考えられます。これら8つの長方形にタイルのしきつめ作業を行います。使うタイルは全部で何種類ありますか。

→ 789