最難関中コース

算数　標準

問題

7．整数　⑥－B

中受ゼミG

1 整数Nを2以上の整数aで余りを出さずに何回割れるかを考えます．Nをaで余りを出さずに最大m回割ることができたとき，$[N,\ a]=m$で表すことにします．例えば，[14, 2]，[108, 3]，[27, 4]の値(あたい)は次のように求めることができます．

$[14,\ 2]=1$ …$14\div2=7$，$7\div2=3$余り1

となるので，14は2で1回余りを出さずに割ることができます．

$[108,\ 3]=3$…$108\div3=36$，$36\div3=12$，$12\div3=4$，$4\div3=1$余り1

となるので，108は3で3回余りを出さずに割ることができます．

$[27,\ 4]=0$ …$27\div4=6$余り3

となるので，27は4で余りを出さずに割ることができません．

このとき，次の各問いに答えなさい．

（1） 次の値を求めなさい．

① [250, 5]　　② [1×2×3×4×5×6×7×8×9×10, 6]

（2） $[1800,\ a]=2$となるような整数aをすべて求めなさい．

（3） $[n,\ 2]=[n,\ 3]=4$となるような4けたの整数nをすべて求めなさい．

→ **784**

$\boxed{2}$ （1） $a>b>c$ である，3 けたの 3 つの整数 a と b と c があります．a と b と c の最大公約数は 35，a と b の最大公約数は 245，a と b の最小公倍数は 1470，b と c の最小公倍数は 1470 です．c はいくつですか．

（2） 末尾が 0 でない「ある整数」の異なる約数は全部で 16 個あり，そのうちの 4 個のみが奇数（きすう）です．4 個の奇数の約数のうち 2 個は 1 桁（けた）の素数（約数が 1 か自身のみの 2 以上の整数）であるとき，ある整数は $\boxed{}$ です．

→ 760

$\boxed{3}$ （1） 4けたの整数2□□5で13の倍数となるものは$\boxed{}$個あります.

（2） 4けたの整数で13の倍数となるもののうち最も小さいものは$\boxed{}$です.
また，6けたの整数2□01□5で13の倍数となるものは$\boxed{}$個あります.

→ 759

4　スイッチのついたランプが300個あり，それぞれに1から300の番号がついています．スイッチを押すたびにランプの色が青から赤，赤から青へと交互(こうご)に変わります．

すべてのランプの色を青にしたあと，次の操作を行います．

- 2の倍数の番号がついているランプのスイッチを押す．
- 3の倍数の番号がついているランプのスイッチを押す．
- 4の倍数の番号がついているランプのスイッチを押す．

⋮

- 300の倍数の番号がついているランプのスイッチを押す．

以上299回の操作を行いました．次の問いに答えなさい．

（1）　20番のランプの色は何色ですか．

（2）　1番から10番のランプの中で青色であるものは何個ありますか．

（3）　1番から300番のランプの中で青色であるものは何個ありますか．

→　766

5 同じ整数を2回かけてできる数を平方数といいます．次の $r(\boxed{})$ は①，②の規則にしたがうこととします．

① $\boxed{}$ が平方数のとき

$r(1)=r(1\times1)=1$，$r(9)=r(3\times3)=3$，$r(100)=r(10\times10)=10$

のように計算します．

② $\boxed{}$ が平方数でないときは計算できません．

例えば，$r(3)$ は計算できません．

このとき，次の各問いに答えなさい．

(1) $r(576)$ を計算しなさい．

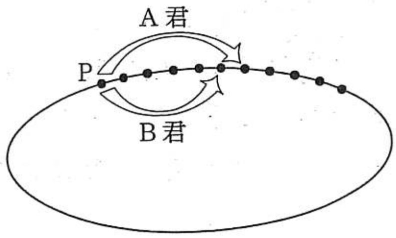
(2) $r(2376\div A)$ が①のように計算ができるように A を定めます．このとき A に入る整数をすべて求めなさい．

(3) $r(60\times B)\times C=120$ となるように整数 B，C を定めます．このとき B，C に入る整数の組をすべて求めなさい．

→ **833**

6

右の図のように，一周 100m のトラック上に，P 地点から 1m おきに 1 個ずつ合計 100 個の石が並べてあります．この石を拾いながら，A 君と B 君がトラックを回り続けます．A 君は P 地点から出発し，歩き始めてから 6m おきに立ち止まり，石があればそれを拾います．また，B 君は A 君の後を追って，P 地点から出発し，歩き始めてから 5m おきに立ち止まり，石があれば拾います．ただし，2 人が立ち止まった所の石が，すでに拾われてなくなっているときは，何もせず先へ進みます．



このとき，最後まで 2 人に拾われず，トラック上に残る石の個数は何個ですか．

→ 858

7　右の図1のようなアからケの9個のマスがあります．

このアからケのマスの中に，約数が全部で9個ある整数の約数を小さい順に入れます．たとえば，36の場合は図2のようになります．このとき，次の□にあてはまる数を答えなさい．

（1）　アとケとオに書かれている数字の和が241となる整数は□です．

（2）　ウとケとキに書かれている数字の積が38416となる整数は□です．

→　819

<図1>

ア	イ	ウ
ク	ケ	エ
キ	カ	オ

<図2>

ア 1	イ 2	ウ 3
ク 18	ケ 36	エ 4
キ 12	カ 9	オ 6