

最難関中コース

算数 標準

問題

7. 整数 ③-B

中受ゼミ G

1

次の各問いに答えなさい。

(1) 0でない2けたの整数MとNがあり、次の式が成り立ちます。

$$M \times 13 - N \times 11 = 0$$

上の式をみたすM, Nで、M+Nが一番大きいものを求めなさい。

(2) 0でない整数PとQがあり、次の式が成り立ちます。

$$11 \times P + 27 \times Q = 11 \times 11 \times 4$$

上の式をみたすP, Qを求めなさい。

(3) 0でない整数A, B, Cがあり、次の式が成り立ちます。

$$A \times 53 + 77 \times B + 28 \times C = 7 \times 53 \times 2$$

上の式をみたすA, B, Cを求めなさい。

→ 831

2

1 とその数しか約数を持たない整数を「素数」といいます。ただし、1は「素数」ではありません。「素数」は小さい順に2, 3, 5, 7, ……です。

- (1) 400 より小さい「素数」のうち、最も大きい数は何ですか。
- (2) 2けたのとなりあう2つの「素数」の差が最も大きいとき、この2つの「素数」の差はいくらですか。
- (3) 2以上の整数のうち、2の倍数・3の倍数・5の倍数・7の倍数をすべて除きます。残った数の中で、最も小さい「素数ではない数」は何ですか。
- (4) (3)のように、ある「素数」の倍数を小さい順に除いていくと、残った数の中で最も小さい「素数ではない数」は961でした。いくつの倍数まで除きましたか。

→ 818

3

9個の記号○◎□◆☆★△▲▽は1から9までの異なる数字を表しています。

これらの記号には次の3つの性質があります。同じ記号には同じ数字が入ります。

A：2けたの整数のかけ算○◎×○◎×○◎の結果は、

5けたの整数で○◎☆□8です。

B：2けたの整数のかけ算□◆×☆★の結果は、

4けたの整数で△▽◆★です。

C：2けたの整数のたし算△▲+▲△の結果は、

2けたの整数で★★です。

このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 2けたの整数○◎を求めなさい。

(2) ◆の数字を求めなさい。

(3) ▽の数字を求めなさい。

→ 852

4

(1) 次の□をうめなさい。

① $23 = 2 \times 10 + 3 \times 1 = 2 \times 9 + \square$

したがって、23を9で割ると余りは□です。

② $8564 = 8 \times 1000 + 5 \times 100 + 6 \times 10 + 4 \times 1 = 8 \times 999 + 5 \times 99 + 6 \times 9 + \square$

したがって、8564を9で割ると余りは□です。

(2) 次の例のように、整数のすべての位の数をたす作業を、その答えが1けたの数になるまでくり返します。

【例】 8564の場合

(1回目の作業) $8 + 5 + 6 + 4 = 23$ (2回目の作業) $2 + 3 = 5$

したがって、8564の場合、作業は2回で終わり、最後の答えは5です。

4けたの整数のうち、上の例のような作業をして、最後の答えが5になるものを小さい方から順に並べていきます。2012は何番目になりますか。

→ 790

5

4けたの整数があります。いま、この整数の千の位と十の位の数を交換し、百の位と一の位の数を交換した整数を考えます。(ただし、交換してできた整数は4けたの整数になるとは限りません。例えば、もとの整数が1203のとき、交換してできた整数は312になると考えます。)

もとの整数と交換してできた整数の和を考えると、次の問いについて答えなさい。

- (1) この和は常にある整数の倍数になります。この整数を答えなさい。
- (2) この和が15857になりました。もとの整数として考えられる数の中で最も大きい数を求めなさい。
- (3) この和が5けたの整数の中で最も小さい数になりました。もとの整数として考えられる数の中で最も大きい数を求めなさい。

→ 811

6

いくつかの玉と機械 A, 機械 B があります。機械 A には 18, 機械 B には 62 という数字がそれぞれかかれています。

機械 A に玉を入れると, 入れた玉の個数と機械 A にかかれた数字との差と同じ個数の玉が出てきます。機械 B に玉を入れ, 入れた玉の個数の 2 倍と機械 B にかかれた数字との差を x とします。 x が 4 の倍数のとき, x を 4 で割った商と同じ個数の玉が出てきます。 x が 4 の倍数でないとき, 玉は出てきません。

たとえば, 機械 A に玉を 12 個入れたら玉は 6 個, 24 個入れても玉は 6 個出てきます。また, 機械 B に玉を 9 個入れると玉は 11 個出てきます。

いま, 機械 A にいくつかの玉を入れ, 出てきたすべての玉を機械 B に入れると, 機械 A に入れた玉と同じ個数の玉が出てきました。このとき, 機械 A に入れた玉の個数を求めなさい。

→ 815

7

記号 $[\]$ は、中に入る整数の各位の数字を全部かけた数を表します。たとえば、 $[3]=3$, $[23]=6$, $[234]=24$ です。次の問いに答えなさい。

- (1) $[749]$ を求めなさい。
- (2) $[A]=24$ となる 3 けたの整数 A は全部で何個ありますか。
- (3) B と C はともに 2 けたの整数で、 $[B] \times [C]=24$ となるような B と C の組は全部で何組ありますか。

→ 808